

Penggunaan Teori Graf Pada Permasalahan

Air Traffic Management

Muhammad Fadli Gunardi - 13519130

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

13519130@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Zaman sekarang pesawat komersil sudah sangat modern dengan menggunakan sistem navigasi otomatis di tiap pesawat yang mengarahkan pesawat dari bandara ke bandara lainnya, tentu Anda penasaran bagaimana mengatur lalu lintas pesawat yang sangat banyak dalam suatu daerah tanpa mengakibatkan *delay* pada jadwal penerbangan serta tetap memperhatikan keselamatan? Permasalahan ini dibagi menjadi dua yang pertama adalah bagaimana meng-efisiensikan suatu ruang udara yang besar dan yang kedua adalah bagaimana menjaga pesawat tetap pada jadwalnya (on schedule) sehingga tidak mengalami *delay*. Untuk menyelesaikan kedua permasalahan tersebut penulis menggunakan Teori Graf yang penerapannya akan dijelaskan, lalu disertai dengan contoh-contoh yang akan dibahas pada makalah ini.

Kata Kunci—*Delay, Graf, Permasalahan, Pesawat.*

I. PENDAHULUAN

Zaman modern kali ini orang dapat berpindah tempat dari suatu tempat ke tempat yang jauh atau bahkan dekat dalam waktu yang singkat. dengan hadirnya pesawat, jarak suatu tempat yang tadinya jauh dapat ditempuh dengan waktu yang relatif singkat. Pesawat yang digunakan orang-orang untuk bepergian adalah pesawat komersil. Pesawat komersil saat ini sudah mempunyai sistem navigasi yang canggih yang memungkinkan pilot hanya mengawasi pesawat, sedangkan komputer yang menerbangkan pesawatnya, sistem ini disebutkan *autopilot*.

Autopilot memanfaatkan sistem kemudi berupa *rudder*, *elevator*, dan sirip kemudi untuk tetap pada jalur penerbangan. Jalur penerbangan merupakan lintasan pesawat yang mengubungkan bandara asal pesawat tersebut dengan bandara tujuan pesawat tersebut. Untuk setiap jalur penerbangan pesawat komersil di dunia yang resmi, bentuk jalur penerbangan sudah tercatat dan jalurnya tidak akan berubah kecuali terdapat masalah darurat dari pesawat itu sendiri atau masalah eksternal seperti gunung meletus, badai, perang, dll.

Jalur penerbangan itu sendiri dapat digambarkan atau divisualisasikan sebagai graf yang mana jalur penerbangan itu sendiri bertindak sebagai sisi atau *edges*, sedangkan bandara merupakan simpul atau *vertices*. Banyaknya jumlah sisi suatu bandara ke bandara yang lain bergantung pada banyaknya bandara tujuan dari kumpulan pesawat yang berada pada bandara tersebut. Seiring dengan berjalannya waktu permintaan

masyarakat akan penerbangan dengan tujuan yang lebih beragam menimbulkan permasalahan baru, yaitu meningkatnya *traffic* di udara.

Traffic pesawat di udara di tangani oleh *air traffic control* (ATC) yang terdapat di tiap bandara. *Air traffic control* tugasnya adalah menavigasikan pesawat baik di darat maupun di udara, serta memberikan informasi kepada pilot berkaitan dengan penerbangan tersebut. Akan tetapi, dengan luasnya ruang udara yang ada di suatu wilayah menyebabkan permasalahan baru, yaitu jangkauan *air traffic control* yang terbatas. Permasalahan ini akan dibahas selanjutnya di makalah ini dengan menerapkan teori graf untuk menyelesaikannya.

Meningkatnya *traffic* di udara juga menyebabkan permasalahan baru, yaitu pesawat terancam berangkat dan datang tidak sesuai jadwal yang tertera atau dalam kata lain mengalami kondisi *delay*. Kondisi *delay* ini dapat disebabkan oleh berbagai macam kondisi salah satunya adalah padatnya antrian pesawat yang masuk ke suatu bandara sehingga pesawat tersebut harus mengantri terlebih dahulu sehingga menyebabkan *delay*. *Delay* juga dapat diakibatkan oleh lamanya pesawat di darat karena banyak faktor di darat yang menyebabkan *delay*, seperti menunggu penumpang yang boarding, bagasi yang telat di load ke pesawat, membersihkan kabin pesawat yang memakan waktu yang lama, dll. Dengan teori graf Anda dapat memperkirakan pesawat mana yang kemungkinan besar akan mengalami *delay* berdasarkan faktor di atas, yang selanjutnya akan dibahas di makalah ini.

II. LANDASAN TEORI

Graf merupakan sebuah representasi visual dari serangkaian objek diskrit serta hubungan diantara objek-objek tersebut. Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) yang ditulis sebagai $G = (V, E)$, yang dalam hal ini:

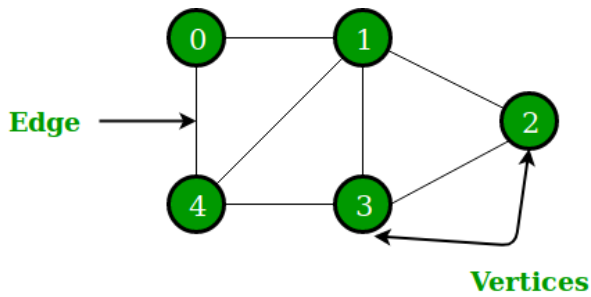
- V

melambangkan himpunan tidak kosong dari simpul-simpul/*vertices*

- E

melambangkan himpunan sisi/*edges* yang menghubungkan sepasang simpul.

Untuk dapat disebut suatu Graf, V haruslah tidak kosong, tetapi E boleh kosong.



Gambar 1 Komponen-Komponen Pada Graf

Sumber: <https://www.geeksforgeeks.org/graph-data-structure-and-algorithms/>

Didalam penggunaan graf, terdapat istilah yang digunakan untuk mendeskripsikan elemen-elemen sebagai berikut:

1. Sisi (Edges)
Sisi pada graf merupakan hubungan antara dua simpul. Sisi dapat memiliki nilai yang merepresentasikan bobot hubungan antar simpul yang dihubungkannya.
2. Simpul (Vertices)
Simpul merupakan objek diskrit yang direpresentasikan didalam graf.
3. Derajat
Derajat merupakan jumlah sisi yang terhubung pada suatu simpul.
4. Lintasan
Lintasan adalah sisi yang ditempuh untuk mencapai dari satu simpul ke simpul lainnya.
5. Sirkuit
Sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.
6. Bertetangga
Dua simpul dapat disebut sebagai bertetangga apabila kedua simpul tersebut saling terhubung dengan sebuah sisi.
7. Bersisian
Untuk sembarang sisi $e = (u, v)$, sisi e dinyatakan bersisian dengan simpul u dan v .

Berdasarkan arahnya, graf terbagi menjadi dua jenis:

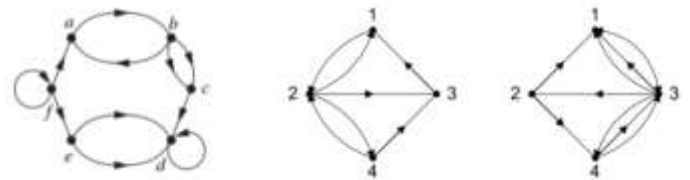
1. Graf tak berarah (undirected graph)
Graf tak berarah merupakan graf yang tidak memiliki orientasi arah



Gambar 2 Graf Tak Berarah

Sumber: <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

2. Graf berarah (directed graph)
Graf berarah merupakan graf yang memiliki orientasi arah



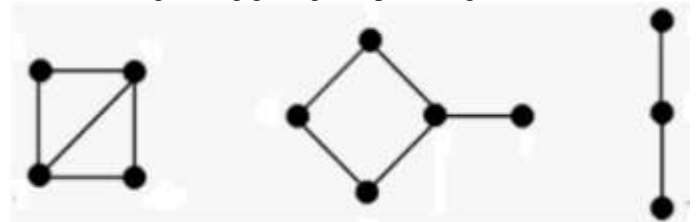
Gambar 3 Graf Berarah

Sumber: <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, graf dapat digolongkan menjadi dua jenis:

1. Graf Sederhana

Graf sederhana merupakan graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda



Gambar 4 Graf Sederhana

Sumber: <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

2. Graf Tak Sederhana

Graf tak sederhana merupakan graf yang mengandung sisi gelang, sisi ganda, atau keduanya



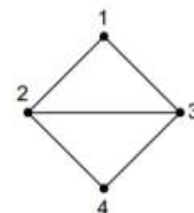
Gambar 5 Graf Tak Sederhana

Sumber: <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

Terminologi pada graf:

1. Ketetanggaan (Adjacent)

Ketetanggaan terjadi apabila dua buah simpul terhubung secara langsung oleh sebuah sisi.



Gambar 6 Graf Sederhana

Sumber: <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

1 bertetangga dengan 2 dan 3, sedangkan 1 tidak bertetangga dengan 4

2. Bersisian (Incidency)

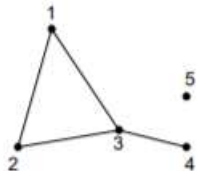
Untuk sembarang $e = (v_j, v_k)$
 e bersisian dengan simpul v_j , atau
 e berisikan dengan simpul v_k

pada gambar 6:

sisi (2, 3) bersisian dengan simpul 2 dan simpul 3
 sisi (2, 4) bersisian dengan simpul 2 dan simpul 4
 sisi (1, 2) tidak bersisian dengan simpul 4.

3. Simpul Terpencil (Isolated Vertex)

Simpul terpencil adalah simpul yang tidak memiliki sisi yang bersisian dengannya.



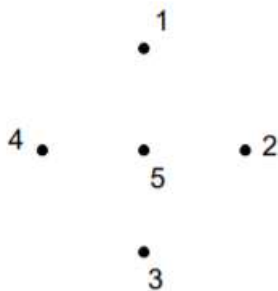
Gambar 7 Simpul Terpencil

Sumber: <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

Pada gambar di atas simpul 5 merupakan simpul terpencil

4. Graf Kosong (Null Graph)

Graf kosong adalah graf yang hanya terdiri dari himpunan simpul. Graf ini memiliki himpunan sisi yang kosong atau tidak memiliki sisi.



Gambar 8 Graf Kosong

Sumber: <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

5. Derajat (Degree)

Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.

Pada Gambar 6:

$d(1) = d(4) = 2$

$d(2) = d(3) = 3$

Pada gambar 7:

$d(1) = d(2) = 2$

$d(3) = 3$

$d(5) = 0$

$d(4) = 1$

6. Lintasan (Path)

Panjang lintasan adalah panjang atau jumlah sisi dari simpul awal v_0 hingga simpul akhir v . Lintasan direpresentasikan dengan himpunan selang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi

Pada gambar 6:

lintasan 1, 2, 4, 3 adalah lintasan dengan barisan sisi (1,2), (2,4), (4,3), dengan panjang lintasannya 3

7. Sirkuit (Circuit)

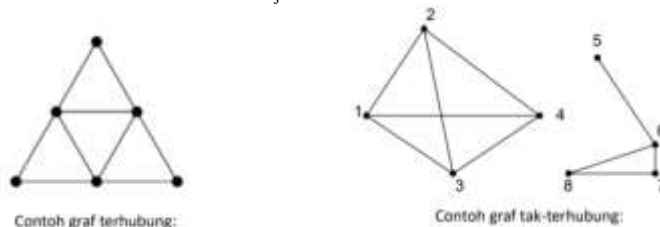
Sirkuit merupakan Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama

Pada gambar 6:

1, 2, 3, 1 adalah sebuah sirkuit, dan panjang sirkuit tersebut adalah 3

8. Keterhubungan (Connected)

Dua buah simpul v_1 dan simpul v_2 disebut terhubung jika terdapat lintasan dari v_1 ke v_2 . Sebuah graf disebut graf terhubung (connected graph) jika untuk setiap pasang simpul v_i dan v_j dalam himpunan V terdapat lintasan dari v_i ke v_j .



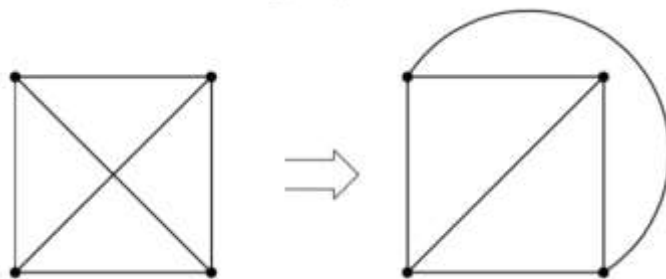
Gambar 9 Keterhubungan

Sumber: <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

Graf Planar (Planar Graph) dan Graf Bidang (Plane Graph)

- Graf yang dapat digambarkan pada bidang datar dengan sisi-sisi tidak saling memotong (bersilangan) disebut graf planar,
- jika tidak, maka ia disebut graf tak-planar.

Contoh:



Gambar 9 Keterhubungan

Sumber: <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian2.pdf>

Gambar sebelah kiri adalah graf bukan planar, sedangkan gambar sebelah kanan adalah graf planar.

III. PEMBAHASAN

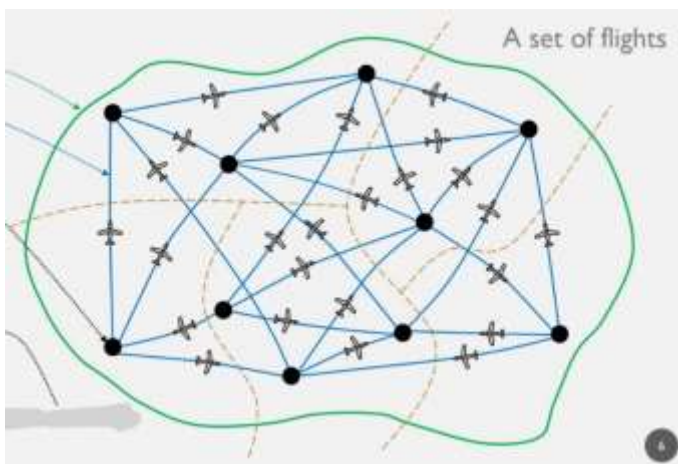
Penerapan teori graf pada *air traffic management* ini dibagi menjadi dua permasalahan, yaitu:

1. Airspace Sectorization Problem (ASP)

ASP adalah permasalahan menyangkut bagaimana mengoptimalkan ruang udara di atas suatu wilayah dari sisi pembagian ruang dan waktu agar beban pada ATC tersebar secara merata. Misalkan ruang udara di Jawa Barat, Jawa Barat itu sendiri mempunyai beberapa bandara yang tiap bandara mempunyai ATC. Sebelumnya ATC atau air traffic controller bertugas menjaga lalu lintas pesawat dan memberi berbagai informasi yang dibutuhkan pesawat selama penerbangan.

Untuk menyediakan informasi yang cukup kepada pesawat yang jumlahnya sangat banyak suatu wilayah dibagi menjadi beberapa sektor. Tiap sektor wilayah mempunyai tanggung jawab atas sektor tersebut dalam pengelolaan lalu lintas udara, misalnya sektor Bandung dan sekitarnya dipegang oleh Bandara Hussein Sastranegara, sektor Cirebon dan sekitarnya dipegang oleh Bandara Kertajati, sektor Jakarta bagian barat dan sekitarnya dipegang oleh Bandara Soekarno-Hatta, dll. Tujuan membagi wilayah udara menjadi beberapa sektor ini agar beban yang dipegang oleh tiap ATC tidak terlalu berat, serta tidak ada ATC yang mempunyai beban berat sedangkan ATC lain bebannya sangat kecil.

Permasalahan ini dapat digambarkan dengan graf sebagaimana simpul dari graf merupakan bandara atau ATC dan sisi dari graf berupa jalur atau lintasan pesawat, seperti gambar di bawah ini:



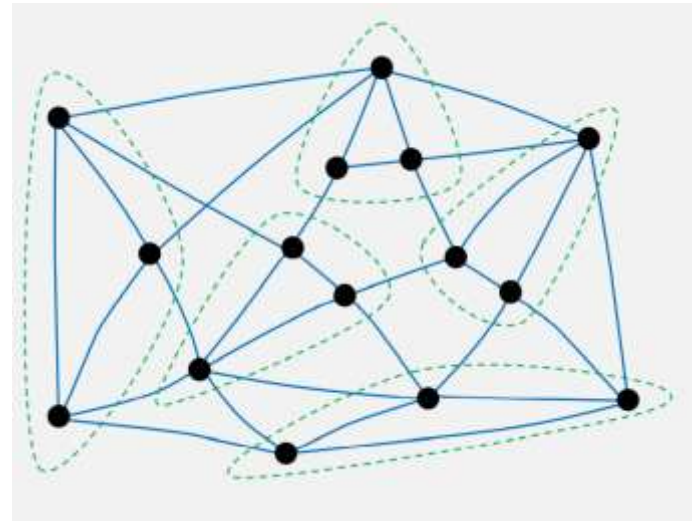
Gambar 10 Ilustrasi Ruang Udara di Suatu Wilayah
Sumber: <https://core.ac.uk/download/pdf/84913826.pdf>

Keterangan :

- Garis berwarna hijau menandakan suatu ruang udara
- Garis berwarna biru merupakan lintasan pesawat sekaligus sebagai sisi dari graf tersebut
- Titik merupakan suatu bandara sekaligus sebagai simpul pada graf tersebut
- Arah pesawat menandakan arah sisi pada graf

Ruang udara tersebut dapat dibagi menjadi beberapa sektor untuk memenuhi PLANAR-P3(6), dengan syarat:

- Graf tersebut planar
- Derajat tiap simpul tidak boleh melebihi 6



Gambar 11 Pembagian Ruang Udara ke Beberapa Sektor
Sumber: <https://core.ac.uk/download/pdf/84913826.pdf>

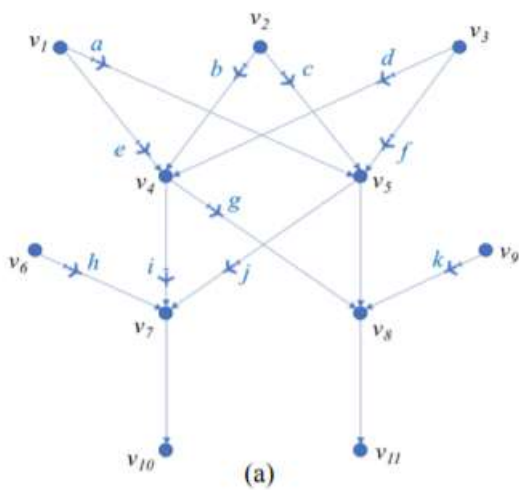
Pada gambar di atas garis putus-putus merupakan penanda 1 wilayah sektor, sehingga area di dalam garis putus-putus merupakan 1 wilayah sektor. Perlu dicatat bahwa tiap membentuk 1 sektor segitiga simpul di tiap sektor tersebut harus berjumlah 3 dan masing-masing simpul berderajat 2.

Mengapa pembagian tiap sektor berbentuk segitiga? karena dinilai dapat mendistribusikan beban secara merata dan stabil antar sektor, misal tiap sektor berbentuk segi 4 atau segi ke- n lebih dari 3 maka tentu beban yang ditanggung tiap sektor lebih berat dibandingkan dengan beban pada sektor berbentuk segitiga. Perlu diingat bahwa beban tiap sektor bergantung pada banyaknya sisi tiap sektor, sisi tiap sektor merupakan jalur pesawat dari suatu bandara ke bandara lain yang ditunjukkan oleh titik (simpul), sehingga semakin banyak sisi pada 1 sektor maka beban sektor akan semakin berat.

Tiap simpul dalam 1 sektor juga harus terhubung ke simpul lainnya sehingga tiap simpul akan saling menguatkan, yang berdasarkan penelitian berdampak pada efisiensi beban kerja pada ATC. Perlu diingat pembagian wilayah udara ke beberapa sektor juga perlu memperhatikan distribusinya hindari pembagian sektor yang menyebabkan adanya simpul yang tidak masuk ke dalam sektor manapun.

2. Maximum Set of Dependent Aircraft (MSDA) in Landing

MSDA merupakan cara tentang bagaimana memperkirakan pesawat mana yang akan mengalami *delay* dengan memanfaatkan graf. Cara ini menggunakan akumulasi waktu pesawat di darat, sehingga semakin lama pesawat di darat maka kemungkinan *delay*nya semakin besar. Bagaimana memperkirakan lama pesawat di darat? Di asumsikan bahwa tiap pesawat mendarat di suatu bandara akan mengalami akumulasi waktu, sehingga pesawat yang paling sering mendarat kemungkinan besar akan mengalami *delay*.

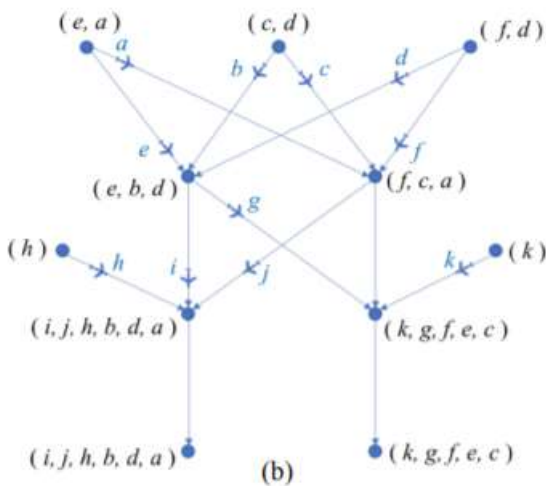


Gambar 12 Graf Lintasan pesawat

Sumber:

<https://aviationsystemsdivision.arc.nasa.gov/publications/2017/AIAA-2017-3775.pdf>

Graf di atas menunjukkan lintasan pesawat yang arahnya mengikuti arah pesawat tersebut. Simpul pada gambar tersebut di tandai dengan titik yang merupakan bandara, sedangkan sisinya merupakan lintasan pesawat. Berdasarkan MSDA kita dapat memperkirakan pesawat mana yang kemungkinan besar akan mengalami delay berdasarkan banyaknya pesawat melewati suatu simpul. Oleh karena itu, pada simpul 10 atau simpul 11 kemungkinan pesawat akan mengalami delay.



Gambar 13 Graf Akumulasi Lintasan pesawat

Sumber:

<https://aviationsystemsdivision.arc.nasa.gov/publications/2017/AIAA-2017-3775.pdf>

Berdasarkan gambar di atas tiap simpul merupakan akumulasi simpul sebelumnya, yaitu tiap simpul merupakan penjumlahan akumulasi dari graf masuk terhadap simpul tersebut, misal simpul 4 mempunyai graf masuk dari simpul 1, 2, dan 3. Dalam graf lintasan pesawat ini tiap sisi mencerminkan satu pesawat yang mengarah ke simpul tujuan. Pesawat tersebut dapat dimisalkan dengan (a, b, c, dll). Sehingga suatu simpul

selain simpul asal dapat dimisalkan dengan kode pesawat yang menuju simpul tersebut.

Maksud dari simpul asal pada graf lintasan pesawat tersebut adalah simpul yang tidak memiliki lintasan yang menuju simpul itu sendiri, dengan kata lain simpul tersebut hanya mempunyai lintasan keluar. Simpul asal pada graf di atas juga dapat di misalkan dengan kode pesawat yang keluar dari simpul tersebut, misal simpul 1 terdapat 2 lintasan keluar satu merupakan pesawat a sedangkan yang lain adalah e. Oleh karena itu simpul 1 dapat dimisalkan dengan (a, e).

Algoritma MSDA ini mempunyai kelemahan besar, yaitu algoritma ini hanya berlaku dengan pesawat yang melakukan penerbangan terus menerus berpindah bandara. Apabila pesawat berhenti pada suatu bandara dan tidak melanjutkan perjalanannya maka algoritma ini akan gagal. Namun, penerapan masalah MSDA dengan algoritma ini di kondisi nyata cukup efektif, disebabkan apabila Anda melakukan penerbangan di malam hari kemungkinan besar pesawat akan delay dari jadwal yang sudah ditetapkan berbeda halnya bila Anda naik pesawat pada pagi hari pesawat akan cenderung pada jadwalnya.

Peristiwa ini disebabkan pada pagi hari pesawat akan melakukan penerbangan pertamanya dan belum melakukan penerbangan pada hari itu, kondisi ini dapat graf di atas berada di simpul 1, 2, 3, 6, 9. Apabila anda melakukan penerbangan pada malam hari pesawat sudah melakukan penerbangan ke berbagai bandara pada hari itu, sehingga kemungkinan besar akan mengalami delay yang terakumulasi. Itulah mengapa penerbangan pada malam hari cenderung tidak sesuai jadwal sebenarnya.

IV. KESIMPULAN

Teori graf dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai macam persoalan sederhana di dunia, contohnya pada permasalahan *air traffic management* ini. Seperti dalam mengoptimalkan beban kerja air traffic controller dengan membagi ke beberapa sektor wilayah hingga memperkirakan pesawat yang akan mengalami delay. Tentunya penerapan teori graf ini memudahkan kita untuk mempetakan permasalahan tersebut sehingga memudahkan kita untuk mencari solusinya.

Namun, solusi yang ditawarkan atas permasalahan tersebut belum tentu akurat dan tingkat keakuratannya masih belum ada karena banyaknya faktor lebih lanjut yang dapat mempengaruhi kedua permasalahan ini, seperti faktor human error, bad weather, kompleksitas lintasan pesawat, dll. Oleh karena itu, diperlukan penelitian lebih lanjut dan pembahasan lebih mendalam untuk membuktikan teori yang ada pada makalah ini.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada Allah SWT dengan izinnya penulis dapat menuntaskan tugas makalah ini. Ucapan terima kasih juga ingin disampaikan oleh penulis kepada dosen mata kuliah Matematika Diskrit, IF 2120 terutama kepada Ibu Harlili selaku dosen pengajar kelas K02, atas ilmunya yang telah disampaikan dapat berguna bagi penulis untuk menerapkannya dalam makalah ini.


REFRENSI

- [1] Munir, Rinaldi. 2016. Matematika Diskrit. Edisi Revisi Keenam. Bandung: Informatika Bandung
- [2] <https://www.geeksforgeeks.org/graph-data-structure-and-algorithms/>, diakses pada tanggal 8 Desember 2020
- [3] <https://mathigon.org/course/graph-theory/applications>, diakses pada tanggal 8 Desember 2020
- [4] https://www.researchgate.net/publication/318236046_Applying_Graph_Theory_to_Problems_in_Air_Traffic_Management, diakses pada tanggal 8 Desember 2020
- [5] <https://aviationsystemsdivision.arc.nasa.gov/publications/2017/AIAA-2017-3775.pdf>, diakses pada tanggal 8 Desember 2020

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 9 Desember 2020



Muhammad Fadli Gunardi - 13519130